BALANZAS Y PESADAS

(CONTINUACION)

Por el Dr. Domingo Giribaldo

VI. DIFERENTES METODOS DE PESADA

1) Pesada simple

La pesada simple consiste en colocar el objeto a pesar en uno de los platillos de la balanza, en el de la izquierda por lo común, y en colocar luego pesas en el otro platillo hasta restablecer la posición de equilibrio de la balanza en la posición que tenía antes de la pesada.

La pesada simple exige el conocimiento previo de la posición de equilibrio de la balanza descargada, la que en toda pesada precisa debe determinarse antes de la pesada. Pero si la sustancia a pesar no se coloca directamente sobre el platillo de la balanza, sino dentro de un vidrio de reloj o de una cápsula o de un pesa-filtro o de otro recipiente cualquiera, entonces lo que se debe conocer es la **tara** del recipiente, vale decir, el peso necesario para llevar la posición de equilibrio de la balanza al centro de la escala. Poco importa en este caso que la posición de equilibrio de la balanza descargada coincida o no con el centro de la escala, porque no se trata de conocer el peso exacto del recipiente, sino su **tara.** Es en esto que la tara, expresada en gramos, difiere del verdadero peso. La diferencia entre ésta y la tara es igual al peso que sería necesario colocar en uno u otro de los platillos de la balanza descargada para llevar su posición de equilibrio al centro de la escala.

Una vez tarado el recipiente, se coloca en él la sustancia a pesar y se vuelve a llevar la posición de equilibrio de la balanza mediante la colocación de pesas en el otro platillo, al centro de la escala. Deduciendo la tara del recipiente vacío del peso que arroja esta segunda pesada, se obtiene el peso de la sustancia.

La pesada simple sólo da resultados exactos cuando los dos brazos de la cruz son de igual longitud. En el caso contrario queda afectada de un error cuya magnitud depende de la relación entre la longitud de los dos brazos. Estableciendo la igualdad de los dos momentos al equilibrarse las dos cargas, se tiene, siendo **x** el peso exacto de la sustancia; **p,** el de las pesas que le hacen equilibrio en el platillo de la derecha, y **l** y **l'** las longitudes de los brazos izquierdos y derechos, respectivamente:

$$x\, l = p\, l'$$

de donde:

$$x = p \frac{l'}{l} \qquad (11)$$

Como se ve por esta expresión, para que el peso del objeto colocado en el platillo de la izquierda sea igual al de las pesas colocadas en el platillo de la derecha, es necesario que los dos brazos de la cruz sean de igual longitud, es decir, es necesario que se tenga $l'/l = 1$.

En los análisis gravimétricos ordinarios no tiene mayor importancia la asimetría de la cruz, en lo que se refiere a la longitud de sus dos brazos, siempre que se utilice la misma balanza en todas las pesadas y que las pesas se coloquen invariablemente en el mismo platillo, porque entonces todos los resultados quedan afectados por el mismo coeficiente constante l'/l y las relaciones que se obtienen con ellos son iguales a las que arrojarían los obtenidos con los pesos exactos. Pero fuera de este, en todos los demás casos es menester contar con la igualdad de los dos brazos de la cruz de la balanza para poder obtener pesos exactos con la pesada simple.

Es sorprendente la perfección con que debe realizarse la igualdad de la longitud de los dos brazos de la cruz de una balanza sensible, para que puedan efectuarse con ella pesadas exactas al décimo de miligramo mediante la pesada simple. Podemos calcular la diferencia máxima de longitud entre los dos brazos de una balanza de 50 gramos de capacidad y sensible al 0.2 miligramo, para que se pueda obtener con ella, mediante la pesada simple, exactamente cincuenta gramos con la aproximación de un quinto de miligramo.

Siendo **m** la sobrecarga, positiva, negativa o nula, que es necesario agregar al platillo de la derecha, por ejemplo, para equilibrar dos cargas iguales, **p**, colocadas en ambos platillos, se tiene, estableciendo la igualdad de los dos momentos:

$$\mathbf{p}\, l = (\mathbf{p} + \mathbf{m})\, l'$$

De donde se saca para la diferencia de longitud entre los dos brazos de la cruz:

$$l - l' = \frac{m}{p}\, l' \qquad (12)$$

1−ℓ =

Reemplazando en esta expresión las letras por los valores de nuestro ejemplo, se tiene, dado que la longitud media de los brazos de la cruz de este tipo de balanzas es de unos 60 mm.:

$$l - l' < \frac{0,2}{50.000} .\ 60 \text{ mm.} < 0,00024 \text{ mm.}$$

En la determinación, por un procedimiento que estudiaremos más adelante, de dicha diferencia en dos balancitas de este tipo, se obtuvieron los resultados siguientes:

$$l - l' = 0,0003 \text{ mm.}$$

y

$$l - l' = -\ 0,0006 \text{ mm.}$$

De estas diferencias se saca para la relación entre la longitud de los dos brazos, respectivamente:

$$\frac{l'}{l} = 0,999.9995$$

y

$$\frac{l'}{l} = 1,00001$$

Un peso de 50 gramos colocado en el platillo de la derecha de cada una de estas balancitas de análisis obrará, respectivamente, como:

49 g. 99975 y 50 g. 0005

Como se ve, el error que se origina en la pesada simple por la desigualdad de los dos brazos de la cruz, es en ambos casos algo mayor que el grado de precisión con que se puede hacer en ellas la pesada de 50 gramos. Así que con estas balancitas sólo se pueden obtener por dicho método de pesada, pesos exactos con la aproximación del medio miligramo, lo que es ampliamente suficiente para la práctica del análisis en la gran mayoría de los casos. Para alcanzar la precisión del quinto de miligramo en la pesada de 50 gramos y descartar el error originado por la asimetría de la cruz, debe recurrirse a cualquiera de los métodos de doble pesada, que estudiaremos en seguida.

Terminaremos este capítulo exponiendo un ejemplo que muestra los graves errores a que puede dar origen la pesada simple cuando la cruz de la balanza no llena las requeridas condiciones de simetría. Se trata de una balanza aperiódica de precisión, sistema Curie, de escala micrométrica, en la que cada grado corresponde a un miligramo. Colocando el objeto a pesar, el que consistía en un pesa-filtro de vidrio, en el platillo de la izquierda, y las pesas en el de la derecha, se obtuvo, por pesada simple, un peso de 40 g. 0282, y por doble pesada un peso de 40 g. 0352. Como se ve, la desigual longitud de los brazos de la cruz de esta balanza origina un error de **siete miligramos** en un peso de cuarenta gramos, error nada despreciable por cierto para una pesada que se pretende hacer con la precisión del décimo de miligramo.

La relación, l'/l, entre la longitud de los dos brazos de la cruz de esta balanza, determinada por un procedimiento independiente de las pesadas referidas, es igual a 1.000176, lo que da para el peso exacto del pesa-filtro, calculado mediante la expresión (11):

$$x = 40{,}0282 \times 1.000176 = 40 \text{ g. } 0352$$

2) Pesada por sustitución

La pesada por sustitución, o doble pesada de Borda, consiste en colocar el objeto a pesar en uno de los platillos de la balanza, en el de la derecha, por ejemplo, y en poner pesas o cualquier otra sustancia inalterable en el otro platillo hasta llevar la posición de equilibrio de la aguja al centro de la escala. Una vez hecho esto se quita el objeto del platillo y, sin tocar para nada la tara colocada en el otro platillo, se le reemplaza por pesas hasta restablecer en la parte central de la escala la posición de equilibrio de la aguja. La suma de las pesas colocadas en esta segunda pesada da el peso exacto del objeto, cualquiera que sea la asimetría de la cruz.

Se tiene, en efecto, llamando $\mathbf{x}$ el peso exacto del objeto; T, la tara con que se le equilibra en la primera pesada; $\mathbf{p}$, el peso con que se equilibra la tara en la segunda pesada, y $\mathbf{l}$ y $\mathbf{l'}$ las longitudes de los brazos izquierdo y derecho, respectivamente, de la cruz:

$$T\,l = x\,l'$$
$$T\,l = p\,l'$$

De donde se saca fácilmente:

$$x = p,$$

cualquiera que sean las longitudes de los brazos de la cruz.

Este método permite hacer pesadas exactas con una balanza de brazos desiguales; pero es poco apropiado para la práctica de la química analítica. En análisis es preferible utilizar el procedimiento de pesada por diferencia, que exponemos a continuación.

3) Pesada por diferencia

La pesada por diferencia, o método de Mendéléieff, consiste en colocar una masa cualquiera, M, de peso invariable, una pesa por lo general, en el platillo de la izquierda de la balanza y en colocar pesas en el otro platillo hasta llevar la posición de equilibrio de la balanza al centro de la escala. La suma de las pesas colocadas se denomina la tara, T, de la masa, M, colocada en el otro platillo. El valor de la tara debe ser mayor que el más pesado de los objetos que se tenga que pesar de ordinario en la balanza. Para obtener el peso de un objeto se le coloca en el platillo de la derecha y, estando colocada en el de la izquierda la masa M, de peso invariable, se agregan luego pesas junto a él hasta llevar otra vez la posición de equilibrio de la aguja al centro de la escala. Siendo P la suma de las pesas colocadas en esta pesada, el peso exacto del objeto es igual a la diferencia: T — P.

Se tiene, en efecto, estableciendo la igualdad de los momentos en las dos pesadas:

$$M\,l = T\,l'$$
$$M\,l = (x + P)\,l'$$

De donde:

$$T = x + P,$$

y, por lo tanto:

$$x = T - P \tag{13}$$

Si se determina el peso de una sustancia por diferencia entre dos pesos, como sucede a menudo en química analítica cuando se recoge un precipitado o se saca una toma de ensayo de un pesa-filtro, no es necesario conocer el valor de la tara para obtener el peso exacto buscado. Se tiene, en este caso, suponiendo que se trata de la determinación del peso de un precipitado recogido en un crisol:

Peso del crisol vacío:

$$p = T - P$$

Peso del crisol con el precipitado:

$$p' = T - P'$$

Peso del precipitado:

$$x = p' - p = T - P' - (T - P) = P - P' \quad (14)$$

Como se ve, el peso del precipitado es sencillamente igual a la diferencia entre los pesos colocados junto al crisol antes y después de recoger el precipitado.

Los resultados que se obtienen con este método de pesada son independientes de la asimetría de la cruz. Pero no es esta su única ventaja. En la pesada por diferencia se puede operar siempre bajo la misma carga, lo que asegura la constancia de la sensibilidad y permite mantener siempre regulada la balanza al máximo de su eficacia. En análisis no debería emplearse otro método de pesada, dadas sus ventajas; pero desgraciadamente en muchos casos no se le puede poner en práctica porque los platillos de la mayor parte de los tipos de balanzas de brazos cortos que se usan hoy, son demasiado pequeños para dar cabida al objeto a pesar, sobre todo si es una cápsula, y a las pesas. Este inconveniente podría subsanarse fácilmente datándolas de platillos dobles; pero hasta ahora los fabricantes no ofrecen balanzas de este tipo.

4) Pesada por transposición

La pesada por transposicin, o método de Gauss, consiste en colocar el objeto a pesar, de peso **x**, en uno de los platillos de la balanza y en colocar las pesas necesarias, **p**, en el otro platillo para llevar la posición de equilibrio de la aguja a la que tenía la balanza descargada, y en transponer luego en el otro platillo el objeto a pesar y equilibrar de nuevo con pesas, **p'**, colocadas en el platillo contrario hasta restablecer la posición de equilibrio de la balanza descargada. El peso exacto del objeto es igual a la mediana geométrica de los pesos **p** y **p'**, arrojados por las dos pesadas.

$$p\,l = x\,l'$$
$$x\,l = p'\,l'$$

De donde se saca:

$$x = \sqrt{p\,p'} \quad (15)$$

En lugar de la mediana geométrica, cuyo cálculo es siempre muy engorroso, pues se trata por lo general de números con dos o tres cifras enteras y con cuatro decimales, se puede tomar sin error apreciable la mediana aritmética, dado que la diferencia entre los dos pesos, **p** y **p'**, es siempre muy pequeña.

Adicionando, en lugar de multiplicar, las dos expresiones que indican la igualdad de los momentos en las dos pesadas, se tiene:

$$x\,(l + l') = p\,l + p'\,l'$$

Haciendo:

$$p' = p + d$$

y reemplazando este valor de **p'** en la expresión precedente, resulta:

$$x\,(l + l') = p\,(l + l') + d\,l'$$

De donde:

$$x = p + d\,\frac{l'}{l + l'} \quad (16)$$

Ahora bien; siendo siempre muy pequeña la diferencia entre los dos pesos, **p** y **p'** y entre las longitudes de los dos brazos de la cruz, **l** y **l'**, la (16) se puede escribir con aproximación suficiente en todos los casos:

$$x = p + d\,\frac{l}{2\,l} \quad (17)$$

De la que se saca, finalmente:

$$x = \frac{p + p'}{2} \quad (18)$$

Se llega al mismo resultado aplicando las reglas del cálculo aproximado. Haciendo, en efecto, como antes, $p' = p + d$, y reemplazando en la (15) este valor de **p'**, se tiene:

$$x = \sqrt{p\,(p + d)}$$

la que se puede escribir bajo la forma:

$$x = p\,\sqrt{1 + \frac{d}{p}} \quad (19)$$

La que, a su vez, puede escribirse con aproximación suficiente, dado que la relación **d**/**p** es siempre una fracción muy pequeña comparada con la unidad, bajo la forma siguiente:

$$x = p \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{p} \right] \qquad (20)$$

De donde se saca finalmente:

$$x = \frac{p + p'}{2}$$

Es interesante conocer el error que se comete en cada caso al tomar la mediana aritmética en lugar de la geométrica.

De las expresiones que indican la igualdad de los momentos en las dos pesadas, se saca:

$$p = x \frac{l}{l'} \qquad y \qquad p' = x \frac{l'}{l}$$

Sumando miembro a miembro estas dos expresiones y dividiendo todo por dos, se tiene:

$$\frac{p + p'}{2} = x \frac{(l + l')^2}{2\ l\ l'} + x \qquad (21)$$

De donde se saca:

$$x = \sqrt{p\ p'} = \frac{p + p'}{2} - \frac{(l - l')^2}{2\ l\ l'} x \qquad (22)$$

Por esta expresión se ve:

1.º Que la mediana geométrica es igual a la aritmética cuando los dos brazos de la cruz son iguales, es decir, cuando se tiene $l - l' = 0$.

2.º Que en el caso contrario la mediana aritmética es siempre mayor que la geométrica, y que el error que se comete al tomar ésta viene dado por la expresión:

$$x \frac{(l - l')^2}{2\ l\ l'} \qquad (23)$$

Así, por ejemplo, la determinación de la relación entre la longitud de los brazos de la cruz de la balanza aperiódica sistema Curie antes citada, dió el resultado siguiente:

$$l' - l = 0{,}035 \text{ mm.}$$

Introduciendo este valor en la expresión (23), resulta para el error de la mediana aritmética en la pesada de 100 gramos, dado que los brazos de la cruz tienen una longitud media de 200 mm.:

$$x = \frac{(l - l')^2}{2\ l\ l'} = 100 . \frac{0{,}035^2}{2 \times 200 \times 200} = 0{,}0015$$

El error es, como se ve, absolutamente despreciable, a pesar de tratarse de una balanza muy mal regulada en lo que se refiere a la igualdad de los dos brazos de la cruz.

Podemos hallar ahora cuál es la diferencia máxima entre la longitud de los dos brazos de la misma balanza, que permita utilizar la mediana aritmética en lugar de la geométrica con un error menor que el décimo de miligramo, en la pesada por transposición de una masa de cien gramos. En este caso se debe tener:

$$x . \frac{(l - l')^2}{2\ l\ l'} < \frac{1}{10}$$

o sea:

$$l - l' < \sqrt{\frac{1}{10} . \frac{2\ l\ l'}{x}} \qquad (24)$$

Introduciendo los valores correspondientes en esta expresión, resulta:

$$l - l' < \sqrt{\frac{1}{10} . \frac{2 \times 200 \times 200}{100000}} = 0{,}283 \text{ mm.}$$

Esta diferencia es tan grande, relativamente, que no se presenta jamás en balanza alguna bien construida y regulada. Si la cruz de la balanza que nos ocupa fuese tan asimétrica, ocasionaría un error de casi ciento cincuenta miligramos en la pesada de cien miligramos por el método de la pesada simple.

En resumen, se ve que se puede tomar siempre sin error apreciable, aun en las pesadas más precisas, la mediana aritmética en lugar de la geométrica.

La pesada por transposición no conviene para las operaciones ordinarias de la química analítica; pero es, en cambio, la más apropiada para las comparaciones de masas y, en especial modo, para la verificación de las series d epesas y para el contraste de las mismas. La aplicación de este método de pesada exige tres determinaciones, por lo menos, de la posición de equilibrio de la balanza, las que en las pesadas muy precisas se elevan a cuatro, porque se determina la posición de equilibrio de la balanza descargada antes y después de las dos pesadas.

Como en el contraste de las pesas las diferencias entre las masas que se comparan son siempre muy pequeñas, se las suele calcular por interpolación. Para ésto se puede utilizar una fórmula muy sencilla, que se deriva como sigue.

Siendo P la pesa patrón y M la que se desea contrastar, marcada con la misma cifra que la patrón, y siendo, además, **m** y **m'** las sobrecargas, positivas, negativas o nulas, que se deben agregar al platillo de la izquierda para restablecer la posición de equilibrio de la balanza descargada en las dos pesadas, se tiene:

$$(M + \mathbf{m})\, l = P\, l'$$
$$(P + \mathbf{m'})\, l = M\, l'$$

De donde:

$$\mathbf{m}\, l = P\, l' - M\, l \qquad (25)$$
$$\mathbf{m'}\, l = M\, l' - P\, l \qquad (26)$$

Por otra parte, según la ecuación de equilibrio de la balanza, se tiene:

$$\mathbf{m}\, l = \mathrm{tg}\, \alpha\, \Upsilon\, \mathbf{d} \qquad (27)$$

Representando **tg** α por la desviación, **d**, en grados de la escala, suponiendo que la posición de equilibrio de la balanza descargada corresponde al centro y cero de la escala, y teniendo en cuenta que el producto Υ **d** es una constante para cada balanza en el momento en que se hacen las pesadas del caso, se puede escribir la expresión (27), como sigue:

$$\mathbf{m}\, l = \mathbf{d}\, \mathbf{k} \qquad (28)$$

Reemplazando ahora este valor de **m l** en las expresiones (25) y (26), quedan como sigue:

$$\mathbf{d^1}\, \mathbf{k} = P\, l' - M\, l$$
$$\mathbf{d^2}\, \mathbf{k} = M\, l' - P\, l$$

De las que se saca, restándolas miembro a miembro:

$$(\mathbf{d^1} - \mathbf{d^2})\, \mathbf{k} = P\,(l + l') - M\,(l + l'),$$

$$P - M = \frac{\mathbf{k}}{l + l'} \cdot (\mathbf{d^1} - \mathbf{d^2}) \qquad (29)$$

Y dado que los dos brazos de la cruz son casi iguales y que las diferencias entre las masas que se comparan son siempre relativamente muy pequeñas, se puede reemplazar sin error apreciable la expresión (29), por la siguiente:

$$P - M = \frac{\mathbf{k}}{2\, l}\, (\mathbf{d^1} - \mathbf{d^2}) \qquad (30)$$

Si la sobrecarga **m** es igual a un miligramo, el valor de **d** en la expresión (28) es igual a la sensibilidad, s, de la balanza, pudiendo escribirla en este caso como sigue:

$$1 \,.\, l = \mathbf{s}\, \mathbf{k}$$

de donde se saca para el valor de **k**:

$$\mathbf{k} = \frac{l}{\mathbf{s}} \qquad (31)$$

Reemplazando, por último, este valor de **k** en la (30), se tiene:

$$P - M = \frac{\mathbf{d^1} - \mathbf{d^2}}{2\, \mathbf{s}} \qquad (32)$$

Expresión que nos permite conocer la diferencia entre dos pesos mediante la pesada por transposición, si se conoce la sensibilidad de la balanza.

Así, por ejemplo, en la comparación de una pesa de 100 gramos perteneciente a una serie de pesas de precisión, con una pesa tipo de cien gramos, se obtuvieron los resultados siguientes:

M	P	$\mathbf{d^1} = +\,0{,}22$
M + 2 mg.	P	$\mathbf{d'^1} = -\,3{,}25$
	s = 1,7	
P	M	$\mathbf{d^2} = -\,1{,}62$
P + 2 mg.	M	$\mathbf{d'^2} = -\,5{,}00$
	s = 1,7	

$$P - M = \frac{\mathbf{d^1} - \mathbf{d^2}}{2\, \mathbf{s}} = \frac{+\,0{,}22 - (-\,1{,}65)}{2 \times 1{,}7} = 0{,}55 \text{ mg.}$$

Este resultado pone en evidencia que a la pesa de cien gramos que se compara, M, le falta alrededor de medio miligramo para tener el peso exacto.

En el contraste de una pesa de 100 gramos de una serie de pesas ordinarias del comercio, se obtuvo, mediante la balanza aperiódica sistema Curie, en la que cada grado de la escala micrométrica corresponde a un miligramo (s = 1), el resultado siguiente:

M	P	$d^1 = -40{,}2$
P	M	$d^2 = +\ 5{,}3$

$$P - M = \frac{-40{,}2 - 5{,}3}{2} = -22{,}75 \text{ mg.}$$

La pesa comercial es errónea por exceso en unos veintitrés miligramos.

Compañeros:

«Ph» es una revista estudiantil, y os brinda generosamente sus columnas para exponer vuestros ideales de perfeccionamiento.