BALANZAS Y PESADAS

(CONTINUACIÓN)

Por el Dr. Domingo Giribaldo

VII. CONDICIONES QUE DEBE REUNIR UNA BALANZA DE PRECISION

Una buena balanza de precisión debe ser **justa** o **exacta,** es decir, debe dar siempre, si se opera convenientemente, resultados constantes en la pesada de una misma masa de peso invariable, y debe ser **sensible,** es decir, debe indicar por un cambio apreciable de la posición de equilibrio de la aguja, una variación ligera de la carga de uno de los platillos.

Estas dos cualidades fundamentales dependen de determinados detalles de construcción de la balanza y de la relación que guardan entre sí sus distintas piezas.

De las condiciones que afectan la exactitud de una balanza pueden citarse las siguientes:

1.º El centro de gravedad de la cruz debe hallarse por debajo del eje de suspensión de la misma.

2.º Los dos brazos de la cruz deben ser de igual longitud.

3.º Los platillos deben poseer una movilidad perfecta alrededor de sus respectivos ejes de suspensión.

4.º La relación entre las distintas piezas de la balanza no debe variar durante la pesada.

Y entre las condiciones que afectan exclusivamente la sensibilidad de la balanza, pueden citarse las siguientes:

5.º El centro de gravedad de la cruz debe hallarse muy cerca de su eje de suspensión.

6.º La cruz debe ser rígida y lo más ligera posible.

7.º Los cuchillos deben ser de aristas vivas.

8.º Los frotamientos durante la oscilación de la balanza deben ser reducidos al mínimum.

Existe, por último, la condición muy importante siguiente, que afecta a la vez la exactitud y la sensibilidad:

9.º Las aristas de los tres cuchillos deben ser paralelas y deben hallarse en un mismo plano.

Para que la cruz se halle en equilibrio estable y, por lo tanto, en condiciones de oscilar, es menester que su centro de gravedad esté colocado por debajo del eje de suspensión. En esta forma, toda fuerza, dentro del orden de magnitud de las aplicables en este caso, que tienda a alejarla de su posición horizontal, es contrarrestada por la de la gravedad de la cruz, que tiende a llevarla de nuevo a dicha posición.

Si la cruz tuviese su centro de gravedad a la misma altura que su eje de suspensión, no opondría resistencia alguna a toda fuerza, por pequeña que ésta fuese, que tendiese a sacarla de su posición horizontal. En esta forma, no oscilaría ni tendría posición fija alguna de equilibrio cuando estuviese cargada con pesos iguales de ambos lados. Sería lo que se llama una balanza **indiferente.** La menor sobrecarga en uno de los platillos bastaría para hacerla sufrir la desviación máxima.

Por último, si la cruz tuviese su centro de gravedad colocado por encima de su eje de suspensión, se hallaría en equilibrio inestable en la posición horizontal. En esta forma, no sólo no opondría resistencia alguna a las fuerzas que tendiesen a sacarla de su posición horizontal, sino que añadiría a ellas su propia fuerza. Sería lo que se denomina una balanza **loca.** La menor acción ejercida sobre uno de los platillos cuando la balanza se hallase en la posición horizontal con cargas iguales de ambos lados, bastaría para hacerla inclinar completamente de uno o de otro lado.

La acción de los pesos que se colocan en los platillos de una balanza es proporcional a la longitud de los brazos de la cruz. Por este motivo los dos brazos de la cruz de una balanza deben ser simétricos y de igual longitud, a fin de que un peso dado ejerza el mismo efecto cualquiera que sea el platillo en que se le coloque.

El centro de gravedad de los platillos con los pesos que en ellos se coloquen, debe hallarse siempre en la vertical que pasa por la arista del respectivo cuchillo de suspensión. Para ésto es menester que el sistema de suspensión de los platillos permita a éstos la mayor movilidad posible, a fin de que cualquiera que sea el sitio donde se les coloquen las cargas, puedan tomar siempre la posición requerida por la condición precitada. Para comprender mejor la necesidad de esta condición, basta suponer el caso extremo, en el que los platillos estuviesen unidos a la cruz por alambres rígidos. En estas condiciones sucedería que al oscilar la balanza, el brazo que se elevase se alargaría, a los efectos del equilibrio, tanto como se acortaría el que descendiese.

La relación entre las distintas piezas de una balanza no debe sufrir modificación alguna durante las pesadas. Es para llenar lo mejor posible esta condición que las cruces de las balanzas se hacen por lo general de una sola pieza, más o menos calada para reducir su peso. Si se hiciesen las cruces uniendo piezas de distinto coeficientes de dilatación, los cambios de temperatura provocarían ligeras modificaciones de su forma, las que se traducirían en las pesadas por cambios en las condiciones del equilibrio.

La sensibilidad de una balanza dada depende de la distancia a que se halla el centro de gravedad de la cruz de su eje de rotación. Cuanto menor es esta distancia tanto mayor es la sensibilidad de la balanza. Esta distancia viene a ser algo así como el brazo de palanca sobre el cual obra el peso de la cruz, concentrado en su centro de gravedad, al oponerse a las fuerzas que tienden a desviarla de su posición horizontal. Se comprende así que para producir una desviación dada de la posición de equilibrio de una balanza, se requiera una sobrecarga tanto menor cuanto más corto sea dicho brazo de palanca, es decir, cuanto más cerca se halle el centro de gravedad de la cruz de su eje de rotación.

Las consideraciones que preceden nos dan asimismo la clave de la dependencia que existe entre el peso de la cruz y la sensibilidad de una balanza. Por ellas se se que para un valor dado de la distancia del centro de gravedad al eje de rotación, la desviación producida por una sobrecarga determinada es tanto mayor cuanto menor es el peso de la cruz.

Para que la balanza conserve la misma sensibilidad a todas las cargas es menester que su cruz sea rígida, es decir, que no sufra flexión alguna bajo la influencia de las cargas que se pongan en los platillos. Esta condición es en cierto modo opuesta a la que exige la ligereza de la cruz. Es en la conciliación de estas dos condiciones contradictorias donde se pone a prueba la habilidad de los constructores de darles a las cruces de sus balanzas, empleando formas y aleaciones especiales, una gran ligereza sin privarlas de la rigidez necesaria.

Si las aristas de los cuchillos que sirven de ejes de rotación de una balanza estuviesen constituidas por superficies planas de un ancho apreciable, les darían a la balanza una estabilidad en su posición normal de equilibrio, que sólo podría ser vencida por un excedente de peso relativamente grande sobre uno de los platillos.

La condición ideal es la de que estos ejes de rotación se reduzcan a una línea. A fin de acercarse en lo posible a este límite, se les da a los cuchillos un fino filo cilíndrico, de modo que al apoyarse sobre los respectivos planos de ágata lo hacen sólo por una línea, que es la generatriz de la superficie cilíndrica.

Las oscilaciones de la balanza deben efectuarse en el plano vertical que pasa por el centro de gravedad del sistema móvil, y las aristas de los tres cuchillos deben ser perfectamente perpendiculares a este plano de oscilación. Durante las oscilaciones no deben producirse roces ni frotamientos inútiles. La sensibilidad y el buen funcionamiento de una balanza dependen en gran parte de estas condiciones.

Para satisfacer las condiciones precitadas es necesario que las aristas de los tres cuchillos sean perfectamente paralelas. La falta de paralelismo de los cuchillos equivale a reemplazar sus aristas vivas por caras planas de un ancho igual a la diferencia de la distancia que media entre los extremos de los cuchillos. Se comprende mejor la importancia de esta condición suponiendo el caso límite, es decir, aquel en el que las aristas de los cuchillos extremos fuesen perpendiculares, en lugar de ser paralelas, o la arista del cuchillo central. En estas condiciones, el brazo que se elevase, al oscilar la balanza, se alargaría en toda la longitud de su respectivo cuchillo, mientras que el brazo que descendiese se acortaría en toda la longitud de su respectivo cuchillo.

Para que la balanza conserve una sensibilidad constante bajo todas las cargas que es capaz de soportar, es menester que las aristas de sus tres cuchillos se hallen en un mismo plano. Sólo en este caso su funcionamiento y su sensibilidad son, en efecto, independientes de la carga que se ponga en los platillos.

Teniendo la cruz su centro de gravedad colocado por debajo de su eje de rotación, como debe suceder en toda balanza bien regulada, y hallándose las aristas de los tres cuchillos en un mismo plano, el centro de gravedad de todo el sistema móvil tiende a subir con el aumento de la carga que se ponga en los platillos; pero por grande que sea esta carga, dentro de la tolerada por la capacidad de la balanza, nunca llega a colocarse en el mismo eje de rotación. Como se ve, el centro de gravedad del sistema móvil se hallaría siempre, en las condiciones expresadas, entre el punto correspondiente al centro de gravedad de la cruz y el eje de rotación de la misma. La balanza se hallará siempre en equilibrio estable y no dejará nunca, por lo tanto, de oscilar. Su sensibilidad, en lugar de disminuir ligeramente, como sucede en realidad, debería aumentar con la carga, si el aumento de ésta no trajese como consecuencia, a más de la expresada, un aumento de los rozamientos, que anula el efecto del desplazamiento del centro de gravedad del sistema móvil.

Cuando, en cambio, las aristas de los tres cuchillos no se hallan en un mismo plano, el funcionamiento y la sensibilidad de la balanza dependen de la carga que se ponga en los platillos.

Cuando la arista del cuchillo central está por encima del plano que pasa por las aristas de los cuchillos extremos, la balanza funciona bajo cualquier carga; pero su sensibilidad depende de la carga, disminuyendo con el aumento de ésta.

Si, al contrario, la arista del cuchillo central está por debajo del plano que pasa por las aristas de los cuchillos extremos, el funcionamiento y la sensibilidad de la balanza dependen de la carga que se ponga en los platillos. Si la balanza descargada se halla en equilibrio estable, es decir, si oscila, su sensibilidad crece con el aumento de la carga hasta que llega un momento, para una carga determinada, en que deja de oscilar. Ocurre en este caso que el centro de gravedad de todo el sistema móvil se va elevando con el aumento de la carga, en su tendencia a colocarse en el centro de la línea que une las aristas de los cuchillos extremos, punto que está por encima del eje de rotación de la cruz. Cuando, en su movimiento ascendente, el centro de gravedad de todo el sistema móvil coincide con el eje de rotación de la cruz, la balanza alcanza una sensibilidad infinita, dejando de oscilar. A partir de este momento, un aumento de la carga hace pasar el centro de gravedad del sistema móvil a una posición más alta, con lo que la balanza pierde su estabilidad y se hace **loca.**

Dada la influencia que tiene sobre el funcionamiento y la sensibilidad de la balanza la posición relativa de las aristas de los tres cuchillos, se comprende perfectamente la importancia de la condición de absoluta rigidez que se exige de la cruz de toda balanza. La menor flexión de la cruz bajo la influencia de las cargas que se ponga en los platillos altera la posición relativa de los tres cuchillos y modifica, por lo tanto, las condiciones del funcionamiento de la balanza.

VIII. ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA BALANZA

Primera ecuación de equilibrio

Al desviarse la cruz de una balanza bajo la acción de una sobrecarga colocada en uno de los platillos, aparece como fuerza antagónica de la que provoca la desviación, el momento de la cruz. Para cada sobrecarga, dentro del límite impuesto por la sensibilidad de la balanza, existe una determinada posición de equilibrio, porque el momento de la cruz crece con el aumento de la desviación, mientras que el momento de la sobrecarga que provoca la desviación disminuye con el aumento de ésta. Se puede decir, materializando la distancia que media entre la vertical que pasa

eje de rotación, que al desviarse la balanza el peso de la cruz obra sobre un brazo de palanca tanto más largo cuanto mayor es el ángulo de desviación, y que, por el contrario, la sobrecarga que provoca la desviación obra sobre un brazo de palanca tanto más corto cuanto mayor es la desviación. El valor **máximo** del brazo de palanca sobre el cual obra el peso de la cruz, es la distancia que media entre el centro de gravedad de la cruz y su eje de rotación, y el valor **mínimo** del brazo de pa-

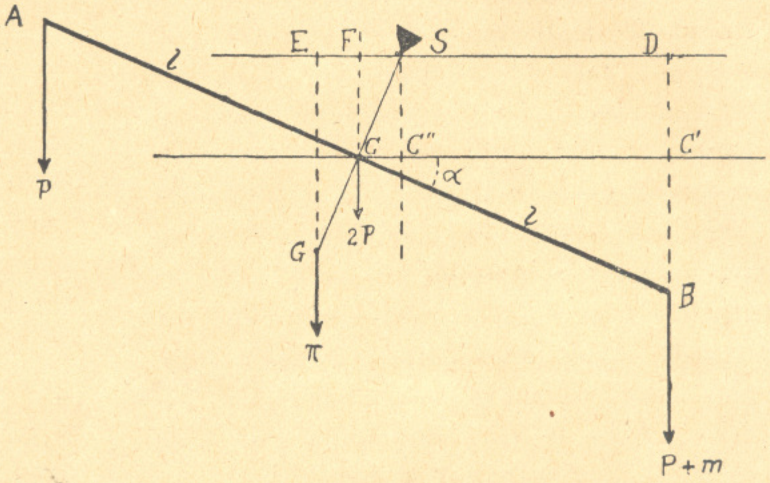

Fig. N.º 1

por el centro de gravedad de la cruz y su lanca sobre el cual obra la sobrecarga puesta en el platillo de la balanza, es cero.

El momento de la cruz viene dado por el producto de su peso, $\mathbb{T}$, por la distancia C E, figura 1, que media entre la vertical que pasa por su centro de gravedad, G, y su eje de rotación C. Siendo α el ángulo de desviación y **d** la distancia del ángulo de desviación y $\triangle$ (1) la distancia del centro de gravedad de la cruz a su eje de rotación, se ve que este momento viene dado por la expresión

$$\mathbb{T} \triangle \operatorname{sen} \alpha \qquad (33)$$

puesto que en el triángulo rectángulo C E G, cuya hipotenusa es igual a $\triangle$, se tiene $CE = \triangle \operatorname{sen} \alpha$. Este momento es, pues, proporcional al seno del ángulo de desviación de la cruz.

(1) **Aclaración:** -- El signo $\triangle$ reemplaza el signo "delta", y $\mathbb{T}$ igual "pi".

El momento de la sobrecarga, **m**, que provoca la desviación, es igual al producto de esta sobrecarga por la distancia C D que media entre la vertical que pasa por la arista del cuchillo extremo correspondiente al platillo, donde obra la sobrecarga y el eje de rotación de la cruz. El momento que provoca la desviación viene dado, pues, por la expresión:

$$m\ l \cos \alpha \qquad (34)$$

puesto que en el triángulo rectángulo C, D. B', cuya hipotenusa es igual a **l**, se tiene C D= **l** cos α. Este momento es, pues, proporcional al coseno de desviación de la cruz.

Una vez alcanzado el equilibrio, se tiene la igualdad de los momentos:

$$\mathbb{T}\ \Delta \operatorname{sen} \alpha = \mathbf{m}\ l \cos \alpha \qquad (35)$$

De la que se saca

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathbf{m}\ l}{\mathbb{T}\ \Delta} \qquad (36)$$

o sea

$$S = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mathbf{m}} = \frac{l}{\mathbb{T}\ \Delta} \qquad (37)$$

De esta expresión resulta que en una balanza perfecta, en la que las aristas de sus tres cuchillos se hallan en un mismo plano, la sensibilidad es proporcional a la longitud de los brazos de la cruz y es inversamente proporcional al peso de la misma y a la distancia que media entre su centro de gravedad y su eje de rotación.

Segunda ecuación de equilibrio

Si las aristas de los tres cuchillos no se hallan en un mismo plano, las condiciones del equilibrio de una balanza no son las mismas que en el caso precedente, porque interviene un nuevo factor, consistente en el peso de los platillos y de la carga que en ellos se ponga.

En la figura 2, se ha representado esquemáticamente la cruz de una balanza AB, con el cuchillo central en S y los cuchillos extremos en A y B, de modo que

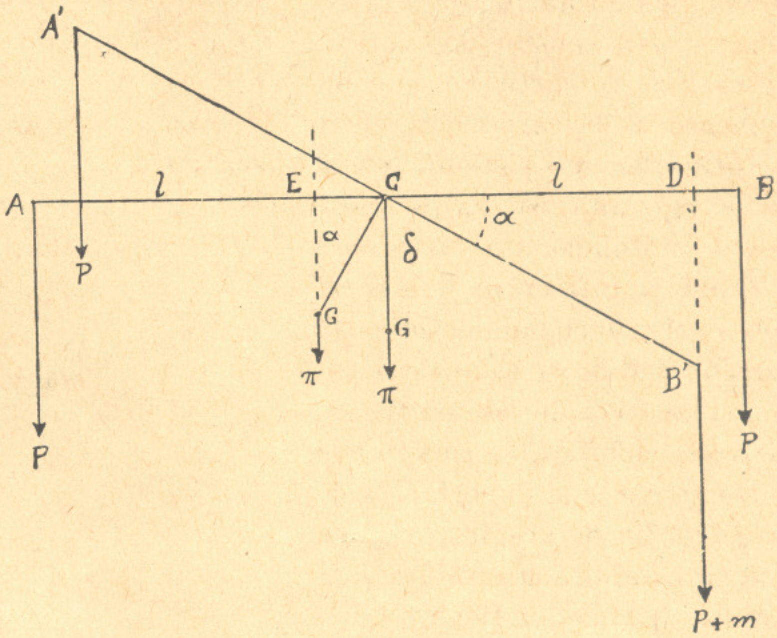

Fig. N.º 2

entre el plano que pasa por las aristas de éstos y la arista del cuchillo central media la distancia SC, la que en adelante representaremos por **d**. El centro de gravedad de esta cruz se supone colocado en G, de modo que entre éste y el eje de rotación media la distancia SG, la que hemos representado por el signo Δ. Se representa por P el peso de cada platillo con la carga en él colocada. Se supone que los brazos de la cruz son de igual longitud, **l.**

Bajo la influencia de una sobrecarga, **m,** colocada en el platillo de la derecha, la cruz sufre una desviación angular determinada, que representaremos por la letra griega α [fig. 2 (2)]. La posición de equilibrio en estas condiciones, se alcanza cuando el momento correspondiente a la sobrecarga que provoca la desviación, es igualado por la suma de los momentos correspondientes al peso, $\mathbb{T}$, de la cruz y a la resultante, 2P, de los pesos de los platillos con las cargas en ellos colocadas, respectivamente.

En la figura 3, están representadas las tres fuerzas que intervienen en este equilibrio. El momento correspondiente a la sobrecarga que provoca la desviación es igual a **m** $\times$ SD, y los momentos correspondientes al peso de la cruz y a la carga de los platillos vienen dados, respectivamente, por los productos: $\mathbb{T} \times$ SE y 2P $\times$ SF. En el equilibrio se tiene:

$$\mathbf{m} \times SD = \mathbb{T} \times SE + 2P \times SF \qquad (38)$$

Expresando las distancias SD, SE y SF en función del ángulo de desviación, α,

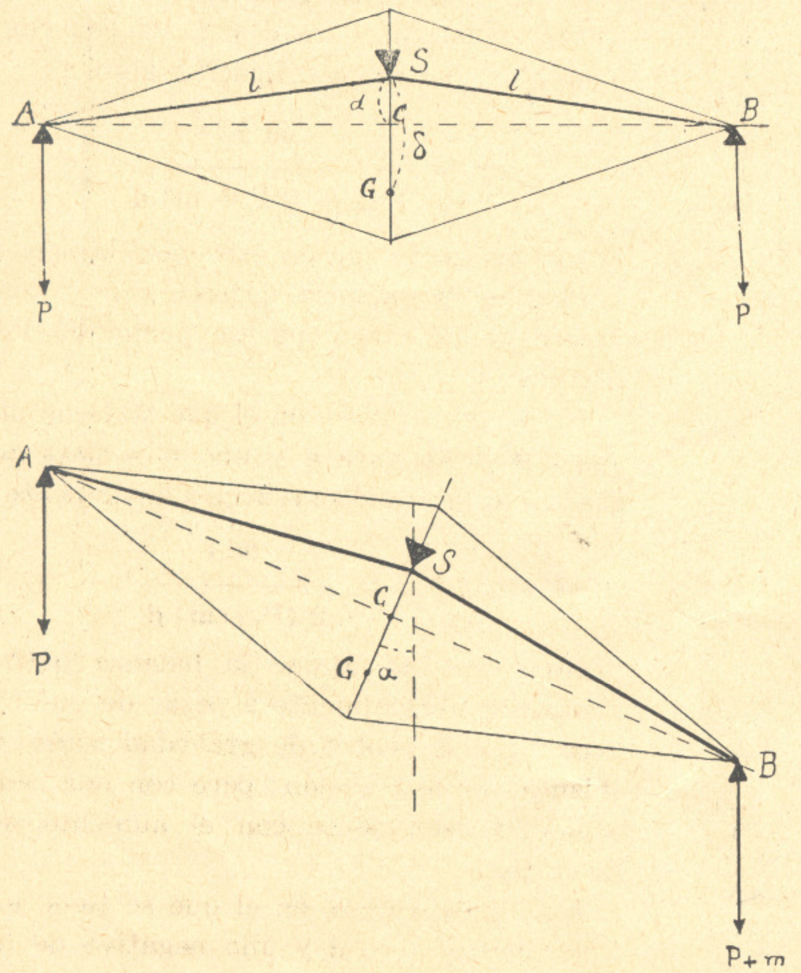

Fig. N.º 3

y de los elementos de la balanza: **l**, Δ y **d**, se tiene:

$$SD = CC' - CC'' = \mathbf{l} \cos \alpha - \mathbf{d} \operatorname{sen} \alpha$$

$$SE = \Delta \operatorname{sen} \alpha$$

$$SF = \mathbf{d} \operatorname{sen} \alpha$$

Reemplazando en la (38) estos valores, resulta:

$$\mathbf{m} (\mathbf{l} \cos \alpha - \mathbf{d} \operatorname{sen} \alpha) =$$
$$= \mathbb{T} \Delta \operatorname{sen} \alpha + 2P \mathbf{d} \operatorname{sen} \alpha \qquad (39)$$

De donde se saca:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathbf{m\, l}}{\mathbb{T} \Delta + (2P + \mathbf{m})\, \mathbf{d}} \qquad (40)$$

o también:

$$\mathbf{s} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{l}}{\mathbb{T} \Delta + (2P + \mathbf{m})\, \mathbf{d}} \qquad (41)$$

Como se ve por estas expresiones, la sensibilidad de la balanza, así como su funcionamiento, depende en este caso de la carga que se ponga en los platillos, contrariamente a lo que sucede en el caso anteriormente estudiado, en el que la sensibilidad es independeinte de la carga.

La discusión de esta ecuación de equilibrio conduce a conclusiones de gran utilidad práctica, pues pone en evidencia las distintas particularidades que pueden observarse en el funcionamiento de una balanza y nos enseña la manera de corregir, llegado el caso, los defectos, debidos a una mala regulación, que posea.

En la discusión de dicha expresión, debe tenerse presente lo siguiente:

1.º Que los valores de la distancia, Δ, del centro de gravedad de la cruz a su eje de rotación, y la distancia, **d**, que media entre el plano que pasa por las aristas de los cuchillos extremos y la arista del cuchillo central, se cuentan como positivas hacia abajo de la arista del cuchillo central, y como negativas en el sentido contrario.

2.º Que para que la balanza oscile es menester que tg α no sea infinita ni negativa, para lo cual basta que el denominador sea positivo y diferente de cero, dado que el numerador es siempre positivo.

En la discusión de la expresión (40), pueden admitirse las tres posibilidades que existen de que el valor de **d** sea **nulo, positivo** o **negativo**, y dentro de cada una de estas tres posibilidades pueden admitirse las otras tres referentes a los valores de Δ, los que pueden ser a su vez **positivo, nulo** o **negativo.** Se tienen así las nueve posibilidades siguientes:

I. El valor **de d** es **nulo**

1. El valor de Δ es positivo. Perfecta
2. " " " " " nulo. indiferente
3. " " " " " negativo. loca

II. El valor de **d** es **positivo**

4. El valor de Δ es positivo.
5. " " " " " nulo.
6. " " " " " negativo.

III. El valor de **d** es **negativo**

7. El valor de Δ es positivo.
8. " " " " " nulo.
9. " " " " " negativo.

Discutamos en particular cada uno de estos casos a fin de ver cuáles son sus consecuencias prácticas en el funcionamiento de la balanza.

En el primer caso, en el que se tiene **d** $= 0$ y Δ positivo, la ecuación (40), queda reducida a la siguiente:

$$tg \propto = \frac{m\ l}{T\ \Delta}$$

la que es igual a la (36), correspondiente a una balanza perfecta, en la cual la sensibilidad es independiente de la carga de los platillos.

En el segundo caso, en el que se tiene **d** $= 0$ y $\Delta = 0$, la ecuación de equilibrio se reduce a la siguiente:

$$tg \propto = \frac{m\,l}{0} = \infty$$

lo que significa que la balanza no puede oscilar, pues tiene las propiedades de una balanza **indiferente.**

En el tercer caso, en el que se tiene $d = 0$ y Δ negativo, la ecuación general toma la forma siguiente:

$$tg \propto = \frac{m\ l}{T\ \Delta}$$

es decir, arroja un valor negativo para tg $\propto$, lo que significa que la balanza no puede funcionar, teniendo las propiedades de una balanza **loca.**

En el cuarto caso, en el que se tiene valores positivos para **d** y Δ, la ecuación general no sufre modificación alguna:

$$tg \propto \frac{m\ l}{T\,\Delta + (2P + m)\ d}$$

la que muestra que en este caso la sensibilidad de la balanza decrece con el aumento de la carga que se ponga en los platillos.

En el quinto caso, en el que se tiene un valor positivo para **d** y uno nulo para Δ, la ecuación general se reduce a la siguiente:

$$tg \propto = \frac{m\ l}{2\ (P + m)\ d}$$

la que nos indica que la balanza puede funcionar normalmente a pesar de que su cruz tiene el centro de gravedad sobre el mismo eje de rotación; pero con una sensibilidad decreciente con el aumento de la carga.

En el sexto caso, en el que se tiene un valor positivo de **d** y uno negativo de Δ, la ecuación general toma la forma siguiente:

$$tg \propto \frac{m\ l}{2\ (P + m)\ d - T\,\Delta}$$

la que nos indica que la balanza puede o no funcionar, según resulte o no positivo el valor del denominador. Recordemos que para que la balanza funcione es menester que tg $\propto$ no sea infinita ni negativa. Así que en el caso en estudio la balanza sólo podrá funcionar cuando se tenga:

$$2\,P + m)\ d > T\,\Delta$$

o sea, simplificando y despreciando **m** al lado de P:

$$P > \frac{T}{2} \cdot \frac{\Delta}{\mathbf{d}} \qquad (42)$$

Según ésto, podrá suceder en la práctica que una balanza no funcione cuando está descargada, pero que a partir de una carga determinada empiece a funcionar regularmente, con sensibilidad muy grande al principio, decreciente con el aumento de la carga. La carga mínima a colocar en cada platillo en tales casos, viene dada por la expresión (42).

En el séptimo caso, en el que se tiene un valor negativo para **d** y uno positivo para Δ, la ecuación general de equilibrio toma la forma siguiente:

$$tg\ \alpha = \frac{\mathbf{m}\ \mathbf{l}}{T\Delta - 2\,(P + \mathbf{m})\ \mathbf{d}}$$

la que nos muestra que la balanza sólo puede funcionar cuando se tenga:

$$(2\,P + \mathbf{m})\ \mathbf{d} < T\Delta$$

o sea:

$$P < \frac{T}{2} \cdot \frac{\Delta}{\mathbf{d}} \qquad (43)$$

Como se ve, con una balanza en estas condiciones podrá suceder en la práctica que funcione regularmente cuando está descargada y con sensibilidad creciente con el aumento de la carga, hasta llegar un momento, cuando la carga alcanza el valor dado por la expresión (43), en que deja de oscilar.

En el octavo caso, en el que se tiene un valor negativo para **d** y uno nulo para Δ, la ecuación general de equilibrio se reduce a la siguiente:

$$tg\ \alpha = -\frac{\mathbf{m}\ \mathbf{l}}{(2\,P + \mathbf{m})\ \mathbf{d}}$$

Y, por último, en el noveno caso, en el que se tiene valores negativos para **d** y Δ, la ecuación general toma la forma siguiente:

$$tg\ \alpha = -\frac{\mathbf{m}\ \mathbf{l}}{T\Delta + (2\,P + \mathbf{m})\ \mathbf{d}}$$

En estos dos casos se tienen, como se ve, valores negativos para tg α, lo que significa que la balanza no puede funcionar en forma alguna, pues posee las propiedades de una balanza **loca.**

Toda balanza de precisión está provista, como antes hemos visto, de dispositivos para regular la posición del centro de gravedad de la cruz y la posición relativa de los cuchillos.

Guiándose por las consecuencias que resultan de la discusión de la ecuación general de equilibrio, es fácil corregir cualquier defecto de funcionamiento, debido a una mala regulación, de una balanza de esta clase. Así, por ejemplo, una balanza loca se corrige ya sea con sólo hacer descender el centro de gravedad de la cruz, ya sea regulando a más la posición del cuchillo central, elevándolo suavemente, de a poco por vez, hasta que la balanza funcione. En esta forma se llega siempre, des-

Sres. CONSEJEROS:

El estudiantado reclama la pronta sanción del Reglamento General de la Facultad.

pués de los tanteos necesarios, a poner la balanza en condiciones de funcionar regularmente.

Una balanza que es loca descargada y que funciona una vez cargada, se corrige fácilmente con sólo hacer descender el centro de gravedad de la cruz. Y una balanza que funciona descargada y aumenta de sensibilidad con el aumento de la carga, hasta hacerse loca al llegar a una carga determinada, se corrige haciendo ascender ligeramente el cuchillo central de la cruz. La balanza aperiódica sistema Curie, de la que antes hemos hablado, se hallaba en estas condiciones y fué corregida perfectamente elevando ligeramente el cuchillo central y regulando al mismo tiempo la posición del centro de gravedad de la cruz. Hoy posee una sensibilidad constante a todas las cargas, la que es igual a una división de la escala micrométrica por cada miligramo.

Como se ve, una balanza cuya sensibilidad varía mucho con la carga, se puede regular fácilmente elevando o bajando el cuchillo central de la cruz, según que la sensibilidad aumente o disminuya con el aumento de la carga.

Tercera ecuación de equilibrio

Si en el estudio del equilibrio de una balanza, se desea colocarse en el caso más general posible, es necesario suponer longitudes cualesquiera, l^1 y l^2, a los brazos de la cruz, y admitir que las aristas, A, B y C, de los tres cuchillos, figura 4 (1), no se hallan en un mismo plano, ya sea por mala regulación de la balanza, ya sea por flexión de la cruz, formando los brazos AC y BC los ángulos β_1 y β_2 con la vertical que pasa por la arista del cuchillo central.

Supongamos que al ser cargada con los pesos P^1 y P^2 su nueva posición de equilibrio acusa un ángulo de desviación α respecto de la posición normal de la balan-

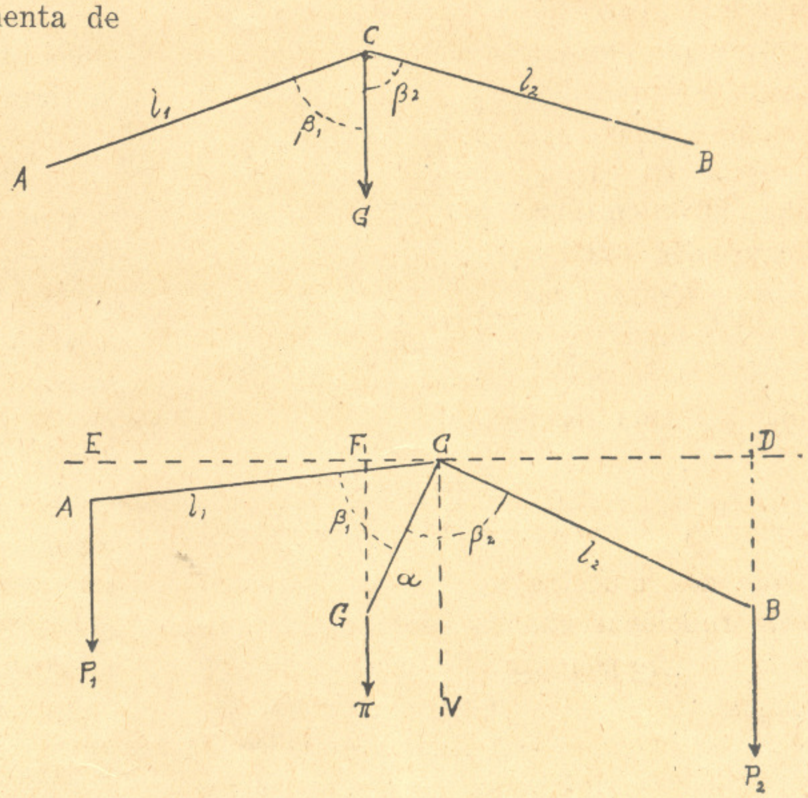

Fig. N. 4

za descargada, figura 4 (2). Se tiene en estas condiciones, según ya hemos visto, estableciendo la igualdad de los momentos:

$$P^2 \times DC = \pi \times FC + P^1 \times EC \qquad (44)$$

Pero dado que el ángulo de B es igual a $\beta_2 - \alpha$, y el ángulo en A es igual a $\beta_1 - \alpha$ por alternos internos, se tiene:

$$DC = l^2 \text{ sen } B = l^2 \text{ sen } (\beta_2 - \alpha)$$

$$FC = \Delta \text{ sen } \alpha$$

$$EC = l^1 \text{ sen } A = l^1 \text{ sen } (\beta_1 + \alpha)$$

De donde, reemplazando en la (44):

$$P^2 \, l^2 \text{ sen } (\beta_2 - \alpha) = \pi \, \Delta \text{ sen } \alpha + P^1 \, l^1 \text{ sen } (\beta_1 + \alpha) \qquad (45)$$

Pero se sabe que:

$$\text{sen } (\beta_2 - \alpha) = \text{sen } \beta_2 \cos \alpha - \cos \beta_2 \text{ sen } \alpha$$

$$\text{sen } (\beta_1 + \alpha) = \text{sen } \beta_1 \cos \alpha + \cos \beta_1 \text{ sen } \alpha$$

Sustituyendo en la (45) estos valores de sen $(\beta_2 - \alpha)$ y sen $(\beta_1 + \alpha)$, resulta:

$$P_2 l_2 \operatorname{sen} \beta_2 \cos \alpha - P_2 l_2 \cos \beta_2 \operatorname{sen} \alpha = \\ = \top \Delta \operatorname{sen} \alpha + P_1 l_1 \operatorname{sen} \beta_1 \cos \alpha + \\ + P_1 l_1 \cos \beta_1 \operatorname{sen} \alpha$$

Dividiendo todos los términos por cos α se tiene:

$$P_2 l_2 \operatorname{sen} \beta_2 - P_2 l_2 \cos \beta_2 \operatorname{tg} \alpha = \\ = \top \Delta \operatorname{tg} \alpha + P_1 l_1 \operatorname{sen} \beta_1 \\ + P_1 l_1 \cos \beta_1 \operatorname{tg} \alpha$$

Y reuniendo todos los términos tg α en el segundo miembro:

$$P_2 l_2 \operatorname{sen} \beta_2 - P_1 l_1 \operatorname{sen} \beta_1 = \\ = (\top \Delta + P_1 l_1 \cos \beta_1 + P_2 l_2 \cos \beta_2) \operatorname{tg} \alpha$$

De donde se saca, finalmente:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_2 l_2 \operatorname{sen} \beta_2 - P_1 l_1 \operatorname{sen} \beta_1}{\top \Delta + P_1 l_1 \cos \beta_1 + P_2 l_2 \cos \beta_2} \quad (46)$$

Tal es la ecuación más general del equilibrio de una balanza. De ella se pueden derivar por simplificaciones sucesivas las dos más sencillas que hemos establecido antes. Así, por ejemplo, si se suponen los dos brazos iguales ($l_1 = l_2 = l$) y con la misma indicación respecto de la vertical ($\beta_1 = {}_2\beta = \beta$), se tiene, dado qe se puede poner $P_2 - P_1 = m$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m\ l \operatorname{sen} \beta}{\top \Delta + (2P + m)\ l \cos \beta} \quad (47)$$

Esta ecuación es igual a la (40), en la cual la distancia, **d**, entre el plano que pasa por las aristas de los cuchillos extremos y la arista del cuchillo central está expresada en función de la longitud de los brazos de la cruz y del ángulo, β, que forman estos brazos con la vertical que pasa por la arista del cuchillo central. Se tiene, en efecto, según se puede ver por la figura 2 (1):

$$\mathbf{d} = l \cos \beta$$

Y en la que los brazos de la cruz vienen expresados por su verdadera longitud: AC = BC, figura 2 (1), la que es igual a la longitud aparente, **l**, multiplicada por el seno del ángulo β, según se puede ver por la figura presentada.

Por la ecuación (47), se ve que si el ángulo β es menor que 90°, la sensibilidad disminuye con el aumento de la carga, y que, al contrario, si el ángulo β es mayor que 90°, la sensibilidad crece con el aumento de la carga. En el primer caso resulta un valor positivo para **d**, y uno negativo en el segundo.

Por último, si en la ecuación (47) se supone el ángulo $\beta = 90°$, lo que significa admitir que las aristas de los tres cuchillos se hallan en un mismo plano, se tiene $\beta = 1$ y $\cos \beta = 0$, de donde resulta la nueva simplificación siguiente de la expresión:

(Continuará).